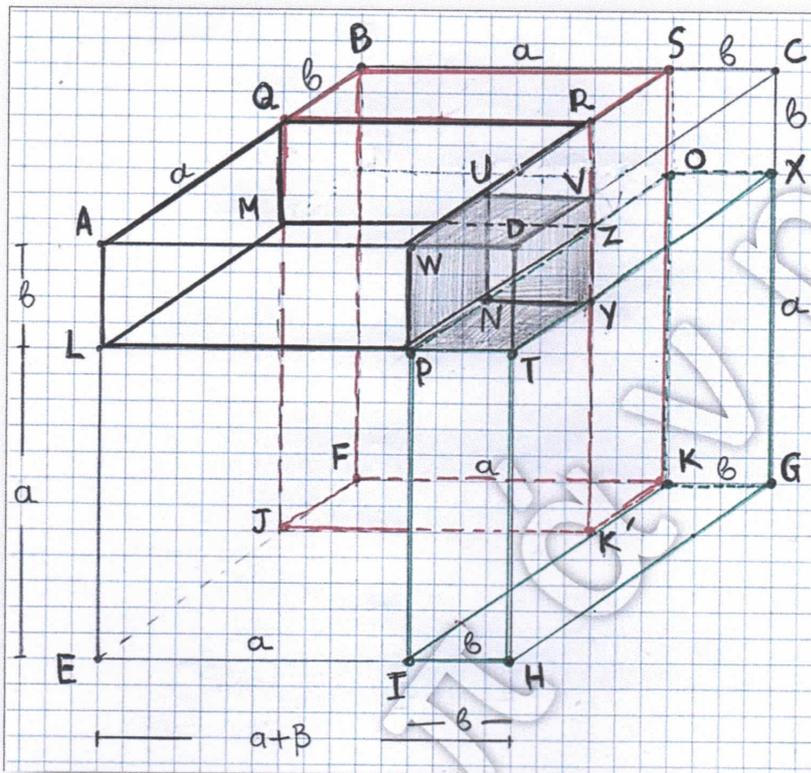


ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΗΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΚΥΒΟΥ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$



Η αλγεβρική ποσότητα $(\alpha + \beta)^3$ περιγράφει τον όγκο ενός κύβου ακμής $\alpha + \beta$. Από το ανάπτυγμα της σχετικής ταυτότητας διαχωρίζουμε τα μονώνυμα κατά τέτοιο τρόπο ώστε να προκύπτει όγκος ορθογωνίων παραλληλεπιπέδων. Έτσι έχουμε λοιπόν:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^3 + \beta^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + 2\alpha^2\beta + 2\alpha\beta^2 = \alpha^3 + \beta^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + 2\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

Παρατηρώντας πολύ καλά το σχήμα έχουμε:

$$(LEIPZK'JM) = \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = \alpha^3, \quad (WUVDTYNP) = \beta \cdot \beta \cdot \beta = \beta^3 \text{ (ΓΚΡΙ ΟΓΚΟΣ)},$$

$$(IHGKOXTP) = \beta \cdot (\alpha + \beta) \cdot \alpha = \alpha\beta(\alpha + \beta) \text{ (ΟΓΚΟΣ ΜΕ ΠΡΑΣΙΝΕΣ ΑΚΜΕΣ)}$$

$$(QBFJRSKK') = \alpha \cdot (\alpha + \beta) \cdot \beta = \alpha\beta(\alpha + \beta) \text{ (ΟΓΚΟΣ ΜΕ ΚΟΚΚΙΝΕΣ ΑΚΜΕΣ)}$$

$$(YNUVSCOX) = \alpha \cdot \beta \cdot \beta = \beta^2\alpha \text{ (Ο ΟΓΚΟΣ ΠΙΣΩ ΑΠΟ ΤΟΝ ΓΚΡΙ ΟΓΚΟ)}$$

$$(ALQMRZWP) = \alpha \cdot \beta \cdot \alpha = \alpha^2\beta \text{ (ΟΓΚΟΣ ΜΕ ΜΑΥΡΕΣ ΑΚΜΕΣ)}$$

Άρα ο όγκος του μεγάλου κύβου που ισούται με $(\alpha + \beta)^3$ αποτελείται από τους εξής όγκους:

$$(\alpha + \beta)^3 = (LEIPZK'JM) + (WUVDTYNP) + (IHGKOXTP) + (QBFJRSKK') + (YNUVSCOX) + (ALQMRZWP)$$

$$= \alpha^3 + \beta^3 + \alpha\beta(\alpha + \beta) + \alpha\beta(\alpha + \beta) + \beta^2\alpha + \alpha^2\beta$$

$$= \alpha^3 + \beta^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + 2\alpha\beta(\alpha + \beta)$$